

Vektoranalyse – Beregningsteknik indenfor elektronikområdet

1

Søren Nørgaard

6. september 2012

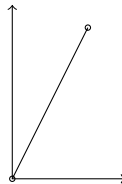
1 Kurveintegral

1.1 Parameterforskrift

Bestem parametrisk kurve for integralet

$$r(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{bmatrix} \\ a \leq t \leq b$$

Ret linje



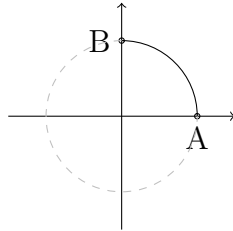
$$y = 2x, \quad z = 0, \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (1)$$

Metode:

$$x = t \quad (\text{eller } y = t \text{ eller } y = 30t \dots)$$

$$r(t) = \begin{bmatrix} t \\ 2t \\ 0 \end{bmatrix} \quad 0 \leq t \leq 1$$

Runde ting ($\frac{1}{4}$ enhedscirkel)



$$C : y = +\sqrt{1-x^2}, \quad z = 0, \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (2)$$

(3)

Metode/fif: $x = \cos(t)$

$$r(t) = \begin{bmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \quad (4)$$

1.2 Løsning af kurveintegraller

Integralet der skal løses ser således ud:

$$I = \int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} \quad (5)$$

Evaluering af kurveintegral – metode

$$I = \int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int F_x dx + F_y dy + F_z dz$$

Følgende skal bruges:

- $r(t)$ og $\frac{dr}{dt}$ Parameterfremstilling for kurve
- A, B Grænser på parameterfremstilling
- $F(r(t))$ Funktion af t fra parameterfremstilling

$$I = \int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_A^B \mathbf{F} \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dt} dt \quad (6)$$

Kurveintegral, 2. form

$$I = \int_C f \, ds = \int_A^B f \frac{ds}{dt} dt$$

$$ds = \text{Kurve} \text{ l} \text{ a} \text{ n} \text{ g} \text{ d} \text{ e} \quad s = |\mathbf{r}| = \sqrt{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}}$$

2 Dobbelintegral

For at løse et dobbeltintegral, integreres der blot 2 gange. Givet:

$$\int_a^b \int_{g(x)}^{h(x)} f(x,y) \, dx \, dy \tag{7}$$

integreres der først mht. y , pga. $g(\underline{x})$ og $h(\underline{x})$.

Hvis der derimod er givet:

$$\int_c^d \int_{p(y)}^{q(y)} f(x,y) \, dx \, dy \tag{8}$$

integreres der først mht. x , pga. $p(\underline{y})$ og $q(\underline{y})$.